

《矩阵分析》教学大纲

课程编码：110841

课程名称：矩阵分析

学时/学分：54/3

先修课程：《数学分析》、《高等代数》、《解析几何》

适用专业：信息与计算科学

开课教研室：代数与几何教研室

一、课程性质与任务

1. 课程性质：本课程是数学与信息计算科学专业的专业选修课。作为数学的一个分支，矩阵论具有十分丰富的内容。它是学习其它学科（例如数值分析，最优化理论，运筹学，控制理论，电学，信息科学，管理科学与工程）的基础，也是科学与工程计算的有力工具。随着计算机的广泛应用，矩阵论显得更为重要。

2. 课程任务：通过本课程的学习，使学生在已掌握高等代数中矩阵基本知识的基础上，进一步深化和提高矩阵理论的相关知识，着重培养学生数学知识解决实际工程技术问题的能力。同时为学习后继课程、开展科学研究打好基础，如各种标准型、矩阵函数等，为今后在相关专业中实际应用打好基础。

二、课程教学基本要求

本课程要求学生从理论上掌握矩阵的相关理论，会证明简单的一些命题和结论，从而培养逻辑思维能力。要求掌握一些有关矩阵计算的方法本课程较全面、系统地介绍矩阵的基本理论、方法和某些应用，重点是线性空间与内积空间、线性映射与线性变换、矩阵与矩阵的 Jordan 标准形、初等矩阵与矩阵的因子分解、Hermite 矩阵与正定矩阵、向量与矩阵的范数、矩阵函数与矩阵值函数、广义逆矩阵与线性方程组的解、Kronecker 积与线性矩阵方程等，难点是理解线性空间、线性映射、线性变换的不变子空间、算子范数等概念以及计算线性映射在基下的矩阵、矩阵在相抵下的标准形和矩阵的各种因子分解等。通过本课程中基本概念和基本定理的阐述和论证，培养学生的抽象思维与逻辑推理能力，提高学生的数学素养。

成绩考核形式：末考成绩（开卷考试）（70%）+平时成绩（平时测验、作业、课堂提问、课堂讨论等）（30%）。成绩评定采用百分制，60分为及格。

三、课程教学内容

第一章 线性空间与线性变换

1. 教学基本要求

通过本章学习使学生了解线性空间和线性变换的定义，和多项式矩阵及其初等变换。

了解欧氏空间与酉空间的定义及基本内容。掌握维数与坐标变换等知识和矩阵对角化的相关知识。掌握标准形的化法。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、方法

通过本章教学使学生了解线性空间、子空间的基本概念；掌握变换与坐标变换的公式、子空间与维数定理。理解矩阵的相似变换，掌握矩阵的相似对角化方法，掌握判定矩阵能否相似对角化的方法。理解 Smith 标准形及不变因子。了解欧氏空间与酉空间的定义。掌握用初等变换的方法化为 Smith 标准形。理解行列因子，初等因子及相关理论。掌握写出矩阵的 Jordan 标准形的方法及求出相应的相似变换矩阵的方法。

3. 教学重点和难点

教学重点是基变换与坐标变换的公式子空间与维数定理，矩阵的相似对角化方法，矩阵的 Jordan 标准形的方法及求出相应的相似变换矩阵的方法。教学难点是线性变换的矩阵表示和矩阵的 Jordan 标准形的方法及求出相应的相似变换矩阵的方法。

4. 教学内容

第一节 线性空间

1. 集合与映射
2. 线性空间的定义及其性质
3. 线性空间的基与坐标
4. 基变换与坐标变换
5. 子空间
6. 子空间的交与和

第二节 线性变换及其矩阵

1. 线性变换及其运算
2. 线性变换的矩阵表示
3. 特征值特征向量
4. 对角化
5. 不变子空间
6. Jordan 标准形

第三节 两个特殊的线性空间

1. 欧几里得空间
2. 正交性
3. 正交变换与正交矩阵
4. 酉空间介绍

第二章 范数理论及其应用

1. 教学基本要求

通过本章学习使学生了解向量范数的概念。掌握几种常用的向量范数。理解范数等价的定义。了解矩阵范数的概念。掌握几种常用的矩阵范数。理解矩阵范数在可逆、近似计算、谱理论中的应用

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章学习, 使学生掌握向量范数的概念及几种常用的向量范数: p -范数, 加权范数。掌握矩阵范数的定义和几种常用的矩阵范数: 从属范数、列和范数、行和范数和谱范数。掌握矩阵的可逆性条件, 近似逆矩阵的误差, 了解矩阵的谱半径及其性质。

3. 教学重点和难点

教学重点是几种常用的矩阵范数及其性质。教学难点是几种常用的矩阵范数的求法。

4. 教学内容

第一节 向量范数及其性质

1. 向量范数的概念
2. 向量范数的等价性

第二节 矩阵范数

1. 矩阵范数的定义及应用
2. 几种常用的矩阵范数

第二节 范数的一些应用

1. 矩阵的可逆性条件
2. 近似逆矩阵的误差
3. 矩阵的谱半径及其性质

第三章 矩阵分析及其应用

1. 教学基本要求

通过本章学习使学生了解矩阵序列的极限运算, 掌握矩阵序列和矩阵级数的收敛定理。掌握常用的矩阵函数。掌握矩阵微分、积分的概念, 了解其在求解线性微分方程组方面的应用。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章教学使学生掌握矩阵级数特别是幂级数并掌握敛散性的基本判别方法。掌握最小多项式及其性质。掌握矩阵的最小多项式的求法。理解矩阵函数的定义, 掌握矩阵函数值的计算方法。了解函数矩阵及其运算性质。了解函数矩阵的极限, 连续, 导数的定义。掌握函数矩阵的导数运算性质。了解函数矩阵积分的定义及性质, 了解其在求解线性微分方程组方面的应用。

3. 教学重点和难点

教学重点是矩阵级数的收敛定理和矩阵函数值的求法。教学难点是矩阵序列、矩阵级数的收敛定理和矩阵函数值的求法及矩阵求解线性微分方程组方面的应用。

4. 教学内容

第一节 矩阵序列

1. 矩阵序列的性质
2. 收敛矩阵

第二节 矩阵级数

1. 矩阵级数的概念
2. 矩阵级数收敛判别法则
3. 矩阵幂级数

第三节 矩阵函数

1. 矩阵函数的定义与性质
2. 矩阵函数值的求法

第四节 函数矩阵的微分与积分

1. 函数矩阵的导数与积分

第五节 函数的一些应用

1. 一阶线性常系数齐次微分方程组
2. 一阶线性常系数非齐次微分方程组

第四章 矩阵分解

1. 教学基本要求

通过本章学习使学生了解 Gauss 消去法及 Givens 变换与 Householder 变换的概念及方法掌握矩阵多种分解方法，掌握判定矩阵能否相似对角化的方法。

2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章学习，使学生掌握矩阵的三角分解、矩阵的 QR 分解、满秩分解、可对角化矩阵的谱分解 正交对角分解、奇异值分解的方法。

3. 教学重点和难点

教学重点是矩阵满秩分解、奇异值分解的方法。教学难点奇异值分解方法。

4. 教学内容

第一节 Gauss 消去法与矩阵的三角分解

1. Gauss 消去法的矩阵形式
2. 矩阵的三角分解
3. 其它三角分解及其算法

第二节 矩阵的QR分解

1. Givens 变换与 Householder 变换
2. 矩阵的QR分解

第三节 矩阵的满秩分解

1. 基本原理
2. Hermit 标准方法
3. 矩阵的谱半径及其性质

第四节 矩阵的奇异值分解

1. 矩阵的正交对角分解
2. 矩阵的奇异值与奇异值分解
3. 矩阵正交相抵的概念

四、学时分配

章序	内容	课时	备注
一	线性空间与线性变换	10	
二	范数理论及其应用	12	
三	矩阵分析及其应用	18	
四	矩阵分解	14	
合计		54	

五、主用教材及参考书

(一) 主用教材:

《矩阵论》主编: 张凯院 徐仲 出版社: 科学出版社 出版时间: 2013 年。

(二) 参考书:

1. 《矩阵论简明教程》主编: 徐仲 出版社: 科学出版社 出版时间: 2005 年。

2. 《矩阵论学习指导语典型题解析》主编: 林升旭 出版社: 华中科技大学出版社 出版时间: 2005 年。

3. 《矩阵分析与应用》主编: 张贤达 出版社: 清华大学出版社 出版时间: 2004 年。

执笔: 李春燕

审定: 郭宏旻 梁桂珍