

# 《线性代数 B1》教学大纲

(2013 版)

课程编码: 1510311103

课程名称: 线性代数 B1

学时/学分: 48/3

先修课程: 《初等数学》、《高等数学》

适用专业: 国际经济与贸易、会计学等专业

开课教研室: 大学数学教研室

执笔: 郭建霞

审定: 王仁举 赵国喜

# 《线性代数 B1》教学大纲

(2013 版)

课程编码: 1510311103

课程名称: 线性代数 B1

学时/学分: 48/3

先修课程: 《初等数学》、《高等数学》

适用专业: 国际经济与贸易、会计学等专业

开课教研室: 大学数学教研室

执笔:

审定:

## 一、课程性质与任务

1. 课程性质：本课程是国际经济与贸易、会计学等专业的专业基础课。通过本课程的学习，使学生比较系统地获得线性代数中的行列式、矩阵、线性方程组、矩阵的特征值和特征向量、二次型等方面的基本概念、基本理论和基本方法，培养学生独特的代数思维模式和解决实际问题的能力，同时使学生了解线性代数在经济方面的简单应用，并为学生学习后继课程(如运筹学，现代管理学，计算机等)及进一步扩大数学知识面奠定必要的数学基础。

2. 课程任务：通过本课程的教学, 理论和知识方面要求学生：掌握本课程的基本知识和基本理论，如行列式的概念和性质、克拉默法则、矩阵的概念及线性运算、逆矩阵的概念、矩阵的初等变换、矩阵的秩、 $n$  维向量的概念、向量组线性相关性的概念、向量空间的概念、线性方程组的解的结构、线性方程组基础解系、特征值与特征向量的概念、相似矩阵的概念、正交变换、二次型、二次型的矩阵表示等。能力和技能方面要求学生：掌握本课程的基本技能，如行列式的计算、矩阵的运算、矩阵初等变换、逆矩阵的计算、矩阵及向量组秩的计算、向量组线性相关性的判别、线性方程组的求解、施密特正交化过程、矩阵特征值与特征向量的计算、实对称矩阵的相似变换、化二次型为标准形的方法等。

本课程教学重点：

行列式的性质；行列式按某一行（列）展开定理；矩阵加、减、数乘、乘的运算；初等变换求矩阵的逆；线性方程组有解的判别定理；矩阵初等行变换求线性方程组的解的方法；特征值，特征向量的求法； $n$  阶矩阵与对角矩阵相似的条件及矩阵对角化；用配方法化二次型为标准形。

本课程教学难点：

一般的  $n$  阶行列式计算；矩阵的乘积及分块矩阵的乘积；向量间的线性关系； $n$  阶矩阵与对角矩阵相似的条件；利用正交矩阵化实对称矩阵为对角矩阵；用正交变换法化二次型为标准形。

## 二、课程教学基本要求

该课程安排在第二个学期或第三个学期，开设 48 个学时，设置 3 个学分。

成绩考核形式：平时成绩（平时测验、作业、课堂提问、课堂讨论等）（30%）+ 期末成绩（闭卷考试）（70%），成绩评定采用百分制，60 分为及格。

## 三、课程教学内容

教学要求较高的内容用“理解”、“掌握”、“熟练掌握”等词表述，要求较低的内容用“了解”、“会”等词表述。

### 第一章 线性方程组的消元法和矩阵的初等变换

#### 1. 教学基本要求：

- (1) 理解线性方程组及其相关概念；
- (2) 理解矩阵的概念；

(3) 熟练掌握线性方程组的消元法;

(4) 理解初等变换的概念, 会用初等变换将矩阵化成行阶梯形矩阵、行最简形矩阵, 会用初等变换化矩阵为标准形。

## 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理:

(1) 线性方程组及其相关概念;

(2) 矩阵的概念;

(3) 掌握线性方程组的消元法;

(4) 初等变换的概念, 初等变换将矩阵化成行阶梯形矩阵、行最简形矩阵, 初等变换化矩阵为标准形。

## 3. 教学重点和难点

教学重点线性方程组及其相关概念; 矩阵的概念; 初等变换的概念。教学难点是线性方程组的消元法; 初等变换将矩阵化成行阶梯形矩阵、行最简形矩阵; 会用初等变换化矩阵为标准形。

## 4. 教学内容:

### 第一节 线性方程组的消元法

1. 线性方程组的基本概念

2. 线性方程组的消元法

### 第二节 矩阵的初等变换

1. 矩阵及其初等变换

2. 用矩阵的初等变换化矩阵为标准型

## 第二章 行列式 Cramer 法则

### 1. 教学基本要求:

(1) 了解行列式的概念, 掌握行列式的性质;

(2) 会应用行列式的定义、性质和有关定理计算行列式;

(3) 了解克拉默法则。

### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理:

(1) 余子式, 代数余子式的概念及计算,  $n$  阶行列式的定义与性质;

(2)  $n$  阶行列式的按行(列)展开定理;

(3) 克莱姆法则的条件与结论, 齐次线性方程组有非零解的条件。

### 3. 教学重点和难点

教学重点是行列式的性质; 行列式按某一行(列)展开定理; 齐次线性方程组有非零解(仅有零解)的结论。教学难点是  $n$  阶行列式的定义的理解; 一般的  $n$  阶行列式计算。

## 4. 教学内容

### 第一节 $n$ 阶行列式的定义

1. 二阶行列式
2. 三阶行列式
3.  $n$  阶行列式的定义

## 第二节 行列式的性质

1. 行列式的性质
2. 行列式的计算

## 第三节 克拉默(Cramer)法则

# 第三章 矩阵的运算

### 1. 教学基本要求:

- (1) 理解矩阵的概念;
- (2) 了解单位阵、对角矩阵、三角形矩阵、对称矩阵、反对称阵以及它们的性质;
- (3) 掌握矩阵的加法、数乘、乘法、转置以及它们的运算规律;了解方阵的幂、方阵乘积的行列式性质;
- (4) 理解逆矩阵的概念;掌握矩阵可逆的充分必要条件;了解伴随矩阵与逆矩阵的关系;掌握逆矩阵的性质;
- (5) 掌握矩阵的初等变换;了解初等矩阵的性质和矩阵等价的概念;
- (6) 了解矩阵秩的概念;了解向量组的秩与矩阵秩之间的关系;
- (7) 掌握用初等变换求矩阵的秩和求逆矩阵的方法。

### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理:

- (1) 矩阵概念、矩阵线性运算、矩阵的乘法、方阵的幂、方阵乘积的行列式、矩阵转置;
- (2) 逆矩阵的概念和性质、矩阵可逆的充分必要条件、伴随矩阵;
- (3) 初等矩阵, 矩阵的秩, 矩阵的等价;
- (4) 分块矩阵及其运算。

### 3. 教学重点和难点

教学重点是矩阵的概念, 矩阵的运算及其运算性质, 逆矩阵的概念、性质及其计算。教学难点是矩阵的乘法运算, 逆矩阵的运算。

### 4. 教学内容

#### 第一节 矩阵的概念及运算

1. 矩阵的概念
2. 矩阵的线性运算
3. 矩阵的乘法

#### 第二节 特殊矩阵方阵乘积的行列式

1. 特殊矩阵

2. 方阵乘积的行列式

### **第三节 逆矩阵**

### **第四节 分块矩阵**

1. 分块矩阵的概念

2. 分块矩阵的运算

3. 矩阵按行分块和按列分块

### **第五节 初等矩阵**

1. 初等矩阵

2. 利用初等变换求逆矩阵

### **第六节 矩阵的秩**

1. 矩阵的秩

2. 利用初等变换求矩阵的秩

## **第四章 线性方程组的理论**

### **1. 教学基本要求:**

(1) 理解  $n$  维向量的概念, 理解向量的线性组合和线性表示的概念。掌握向量的加法和数乘运算;

(2) 理解线性相关和线性无关的定义, 会判断向量组的线性相关或线性无关;

(3) 理解向量组的最大线性无关组和向量组的秩的概念; 会求向量组的最大线性无关组和秩;

(4) 理解齐次线性方程组有非零解的充分必要条件以及非齐次方程组有解的充分必要条件;

(5) 理解齐次线性方程组的基础解系和通解的概念;

(6) 理解非齐次线性方程组的解的结构及通解概念。

### **2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理:**

(1) 线性方程组有解和无解的判定, 解向量的概念, 齐次线性方程组的基础解系和通解;

(2) 非齐次线性方程组的解与相应的齐次线性方程组(导出组)的解之间的关系、非齐次线性方程组的通解。

### **3. 教学重点和难点**

教学重点是线性方程组解的判别定理; 矩阵初等行变换求线性方程组的解的方法; 基础解系的定义及应用。教学难点是齐次线性方程组的基础解系的概念的理解; 非齐次线性方程组解的结构及通解的理解。

### **4. 教学内容**

#### **第一节 线性方程组有解的条件**

#### **第二节 $n$ 维向量及其线性运算**

### **第三节 向量组的线性相关性**

1. 向量组的线性组合
2. 向量组的线性相关与线性无关

### **第四节 向量组的秩**

1. 向量组的等价
2. 向量组的秩
3. 矩阵的秩与向量组的秩的关系

### **第五节 线性方程组解的结构**

1. 齐次线性方程组解的结构
2. 非齐次线性方程组解的结构

## **第五章 特征值和特征向量 矩阵的对角化**

### **1. 教学基本要求：**

- (1) 了解向量内积的定义；掌握线性无关向量组的正交化方法
- (2) 了解正交矩阵的定义及主要性质；
- (3) 掌握矩阵特征值、特征向量等概念及有关性质；会求矩阵的特征值和特征向量；
- (4) 了解相似矩阵的概念；
- (5) 掌握实对称矩阵化为对角矩阵的方法。

### **2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理：**

- (1) 理解矩阵的特征值、特征向量的概念、掌握矩阵特征值的性质、掌握求矩阵特征值和特征向量的方法；
- (2) 理解矩阵相似的概念、掌握相似矩阵的性质、了解矩阵可相似对角化的充分必要条件、掌握将矩阵化为相似对角矩阵的方法；
- (3) 掌握实对称矩阵的特征值和特征向量的性质。

### **3. 教学重点和难点**

教学重点是特征值，特征向量的求法； $n$  阶矩阵与对角矩阵相似的条件及矩阵对角化。教学难点是  $n$  阶矩阵与对角矩阵相似的条件；施密特正交化过程；利用正交矩阵化实对称矩阵为对角矩阵。

### **4. 教学内容**

#### **第一节 预备知识**

1. 向量的内积
2. Schmidt 正交化方法
3. 正交矩阵

#### **第二节 特征值和特征向量**

1. 引例——发展与环保问题
2. 特征值和特征向量的概念
3. 特征值和特征向量的求法
4. 特征值和特征向量的性质
5. 应用

### **第三节 相似矩阵**

1. 概念与性质
2. 矩阵可对角化的条件

### **第四节 实对称矩阵的相似矩阵**

1. 实对称矩阵特征值的性质
2. 实对称矩阵的相似理论
3. 实对称矩阵对角化方法

## **第六章 二次型**

### **1. 教学基本要求:**

- (1) 了解二次型的概念、会用矩阵形式表示二次型;
- (2) 了解合同变换和合同矩阵的概念; 了解二次型的秩的概念; 了解二次型的标准形、规范形等概念; 了解惯性定理的条件和结论; 会用正交变换和配方法化二次型为标准形;
- (3) 理解正定(负定)二次型、正定(负定)矩阵的概念; 掌握正定矩阵的基本性质; 了解二次型在求极值中的应用。

### **2. 要求学生掌握的基本概念、理论、原理:**

- (1) 二次型及其矩阵表示、合同变换与合同矩阵、二次型的秩、惯性定理;
- (2) 二次型的标准形和规范形、用正交变换和配方法化二次型为标准形;
- (3) 二次型及其矩阵的正定性。

### **3. 教学重点和难点**

教学重点是用配方法化二次型为标准形; 用正交变换法化二次型为标准形。教学难点是用正交变换法化二次型为标准形; 二次型与对称矩阵的正定性。

### **4. 教学内容**

#### **第一节 二次型及其矩阵表示矩阵合同**

1. 二次型定义及其矩阵表示
2. 矩阵的合同

#### **第二节 化二次型为标准形**

1. 正交变换法
2. 配方法



### 3. 初等变换法

## 第三节 惯性定理和二次型的正定性

### 1. 惯性定理和规范形

### 2. 二次型的正定性

### 3. 惯性定理

## 四、学时分配表

序号	内 容	学 时 安 排		小计
		理论课时	实验或习题课时	
1	线性方程组的消元法和矩阵的初等变换	5		5
2	行列式 Cramer 法则	5	2	7
3	矩阵的运算	8	2	10
4	线性方程组的理论	8	2	10
5	特征值和特征向量及矩阵的对角化	6	2	8
6	二次型	6	2	8
总 计		38	10	48

## 五、主用教材及参考书

主用教材：

《线性代数》(第二版) 主编：吴传生 王卫华等 出版社：高等教育出版社 出版时间：2008

参考书：

1. 《线性代数》(第四版) 主编：赵树源 出版社：中国人民大学出版社 出版时间：2013

2. 《线性代数》(第五版) 主编：同济大学数学教研室 出版社：高等教育出版社 出版时间：

2007

3. 《线性代数》 主编：金义明 出版社：中国物资出版社 出版时间：2002

4. 《线性代数》(第二版) 主编：居于马 出版社：清华大学出版社 出版时间：2013